12. Liikumishulga ehk impulsi jäävuse seadus

Süsteemi massikeskme liikumise seaduse abil võime lihtsalt jõuda *liikumishulga jäävuse seaduseni*. Vaatleme juhtumit, mille puhul süsteemile välisjõudusid ei mõju, s.t. $\vec{F} = 0$. Sellist süsteemi nimetatakse *suletuks või isoleerituks*. Valemist (21) saame, et

$$d(M\vec{v}_M) = 0$$

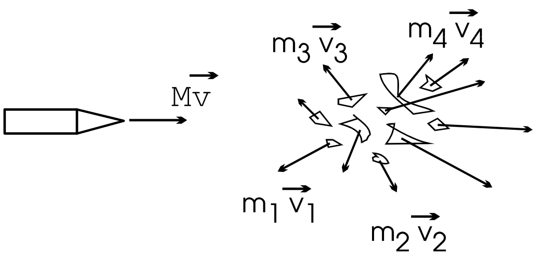
– süsteemi liikumishulk ei muutu, see on konstantne ajas:

$$M\vec{v}_M = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i = \vec{const} \,. \qquad (22)$$

Tavaliselt väljendatakse seda seaduspärasust lausega:

suletud süsteemi liikumishulk on jääv.

Joonisel 11 on skemaatiliselt kujutatud ühte näidet – mürsku vahetult enne lõhkemist ja hetk pärast seda.



Joon. 11

Kui õnnestuks määrata kõigi kildude liikumishulgad ja need summeerida, saaksime tulemuseks täpselt $M\vec{v}$ – mürsu liikumishulga enne lõhkemist. Kildude liikumishulkade summa ei olene lõhkelaengu tugevusest, sest sisejõud ei saa süsteemi liiku-mishulka muuta (nende resultant on 0).

Liikumishulk on vektoriaalne suurus. Seepärast on vektor ka võrduses (22) olev konstant. Vektor on konstantne ainult siis, kui selle kõik komponendid on eraldi võetuna konstantsed. Seepärast kehtib seadus (22) ka eraldi mingi ühe liikumissuuna kohta. Teistes, sõltumatutes suundades võivad mõjuda jõud ja nendes liikumishulk ei ole jääv. Näiteks liikumisel mööda raudteed tihti rakendatakse liikumishulga jäävuse seadust, kuigi Maa mõjutab rongi. See mõju on liikumissuunaga risti.

Liikumise sihis (näiteks x-telje sihis) võib kehtida liikumishulga jäävuse seadus:

$$\sum_{i=1}^{N} m_i v_{ix} = const_x \ . \qquad (22')$$

Sama võib mõnikord kehtida ka teiste koordinaattelgede sihis. Suletud kehade süsteemi puhul see nii ongi – seadus kehtib kõigi kolme telje sihis eraldi, seega ka vektorkujul.

Esitatud kehadesüsteemi omadus tuleneb ruumi ja aja homogeensusest, s.t. sellest, et ruumi ja aja omadused ei olene nihkest ruumis ega nihkest ajas. Lähtudes nendest eeldustest, võib samuti liikumishulga jäävuse seadust tuletada.

Võib nimetada palju nähtusi, mille aluseks on impulsi jäävuse seadus. Seistes näiteks libedal põrandal on võimatu paigast nihutada rasket eset ilma, et ise ei hakkaks libisema vastupidises suunas. Samal nähtusel põhineb ka rakettide ja teiste reaktiivmootorite töö.

[Katse raketi või kahuri mudeli tagasijooksu jälgimiseks laskmisel ja reaktiivpöörlemise tekitamiseks vee väljavoolamisega S-kujulise toru otstest.]

13. Töö kõverjoonelisel liikumisel

Jõu mõju liikuvale kehale oleneb jõu suunast. Näiteks liikumisele horisontaalsel teel ei ole vertikaalsel raskusjõul mingit mõju, kui hõõrdumise võib jätta arvestamata. Seevastu on mõju oluline, kui jõud mõjub horisontaalselt. Mõju tulemuseks on kiiruse muutumine. Muutuse suurus oleneb jõu mõjumise ajast või tee pikkusest, millel mõju esineb. Seepärast ongi füüsikas tarvitusele võetud suurus, mis oleneks nii jõu suurusest, selle mõjumissuunast kui ka teepikkusest. See kannab *töö* nime. *Mehaaniline töö* on seda suurem, mida suurem on kehale mõjuv jõud ja mida rohkem keha selle jõu mõjul nihkub:

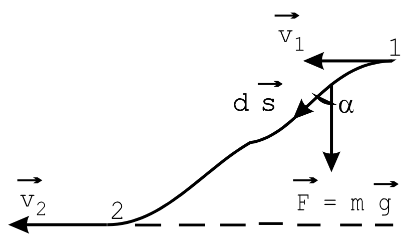
$$A = F\,s\,\cos\alpha \ . \qquad (23)$$

s on siin nihke suurus ja F cosα – nihkesuunaline jõu komponent. Definitsioonina kirjutame:

mehaaniline töö on kehale nihke suunas mõjuva jõu ja nihke suuruse korrutis.

Nihke suhtes risti mõjuv jõud tööd ei tee.

Valem (23) kehtib ainult muutumatu, konstantse suuruse- ja suunaga jõu puhul. Muutuva jõu juhul või ka siis, kui nihkumine toimub mööda kõverjoont ja jõud suunda ei muuda, seda valemit kasutada ei saa.



Joon. 12

Näiteks libisegu keha alla mööda kõverat kaldpinda (Joon. 12). Kehale mõjugu ainult raskusjõud. Jõu ja nihke vaheline nurk (α) muutub pidevalt. Ei ole teada, millist väärtust sobib kasutada valemis (23). Et siiski saaks tööd arvutada, toimitakse järgmiselt. Kogu liikumistee jaotatakse elementaarseteks niheteks $d\vec{s}$. Nii väikesteks, et selle ulatuses võib nurga muutuse ja jõu suuruse muutuse jätta arvestamata. Siis saab jälle rakendada valemit (23), mis annab elementaarse töö δA nihkel ds:

$$\delta A = F\, ds \cos \alpha \, .$$

Kogu töö on selliste elementaartööde summa teel punktist 1 punktini 2. Vastav tehe kannab integraali leidmise nime:

$$A = \int_s F\, ds \cos \alpha \, . \qquad (23')$$

Öeldakse, et integraal võetakse üle kõverjoone s, mis tähistab kogu trajektoori punktist 1 punktini 2.

Integraali saab üles kirjutada lihtsamalt, kui kasutada *vektorite skalaar-*

korrutise tehet:

$$\vec{C}\vec{B} = CB\cos\alpha \ .$$

α on nurk vektori $\vec{C}$ ja $\vec{B}$ vahel. Kui α = 90°, siis cos α = 0 ja korrutis on 0. Korrutise võib avaldada ka vektorite komponentide kaudu:

$$(C_x\vec{i} + C_y\vec{j} + C_z\vec{k})(B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}) = C_xB_x\vec{i}\vec{i} + C_xB_y\vec{i}\vec{j} +$$
$$+ C_xB_z\vec{i}\vec{k} + C_yB_x\vec{j}\vec{i} + C_yB_y\vec{j}\vec{j} + C_yB_z\vec{j}\vec{k} + C_zB_x\vec{k}\vec{i} +$$
$$+ C_zB_y\vec{k}\vec{j} + C_zB_z\vec{k}\vec{k} \ .$$

Arvestades ühikvektorite $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ risti olekut üksteisega, võime võtta nulliks kõik skalaarkorrutised, milles korrutatakse erinevaid vektoreid. Iseendaga korrutamisel on tulemuseks 1, sest vektor on ühikulise pikkusega ja vektoritevaheline nurk sel juhul 0 . Nii saame

$$\vec{C}\vec{B} = C\ B\ \cos\alpha = C_xB_x + C_yB_y + C_zB_z \ .$$

Sellise tehte abil võibki kirjutada:

$$A = \int_S \vec{F}d\vec{s} \ . \qquad (23'')$$

Vektori diferentseerimine tähendab selle komponentide diferentseerimist. Kui

$$\vec{s} = s_x\vec{i} + s_y\vec{j} + s_z\vec{k} \ ,$$

siis $$d\vec{s} = \vec{i}\,ds_x + \vec{j}\,ds_y + \vec{k}\,ds_z \ ,$$

kus ds_x , ds_y , ds_z on vastavalt *x*-, *y*- ja *z*-telje suunalised nihked.

Jõu $\vec{F}$ töö elementaarnihkel $d\vec{s}$ võib olla nii positiivne (0 ≤ α < 90°) kui ka negatiivne (90° < α ≤ 180°). Kui α = 90°, siis töö on 0. Liikumissuunaga risti olev jõud tööd ei tee.

14. Kineetiline energia

Olgu joonisel 12 kujutatud liikumisel keha kiirus punktis 1 $\vec{v}_1$ ja punktis 2 $\vec{v}_2$. Avaldame jõu töö nende kiiruste kaudu. Selleks teisendame töö valemit (23") järgmiselt:

$$A = \int_s \vec{F} d\vec{s} = \int_s m\vec{a} d\vec{s} = \int_s m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{s} = \int_s m \frac{d\vec{s}}{dt} d\vec{v} = \int_s m\vec{v} d\vec{v} \ .$$

Millega võrdub $\vec{v} d\vec{v}$? Skalaarkorrutise definitsiooni järgi saame

$$\vec{v} d\vec{v} = v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z \ .$$

Diferentseerimisel kehtivad samad reeglid, mis tuletise võtmisel. Seepärast

$$v_x dv_x = \frac{1}{2} d(v_x^2)$$

ja kolme liidetava summa annab

$$\frac{1}{2} d(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{1}{2} d(\vec{v}\vec{v}) = \frac{1}{2} d\vec{v}^2 \ .$$

Nii saame lõpuks töö jaoks

$$A = \int_s m \frac{1}{2} d(\vec{v}^2) = \int_s d\left(\frac{m\vec{v}^2}{2}\right) = \frac{m\vec{v}^2}{2}\Bigg|_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} = \frac{m\vec{v}_2^2}{2} - \frac{m\vec{v}_1^2}{2} \ .$$

Tulemus ei olene trajektoori kujust, vaid ainult olukorrast selle alg- ja lõpp-punktis.

Töö võrdub mingi suuruse

$$W_k = \frac{m\vec{v}^2}{2} \tag{24}$$

muuduga:

$$A = \Delta W_k \, . \tag{25}$$

See suurus kannabki nimetust *kineetiline energia*, mis võimaldab tehtud arvutuste tulemust väljendada järgmise lausega.

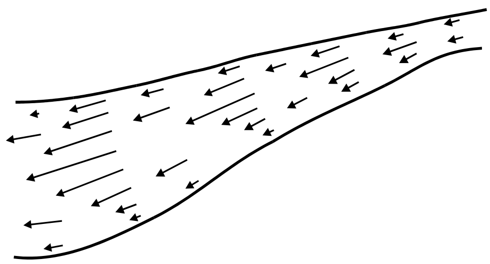
Jõu poolt sooritatud töö mõõdab kineetilise energia muutust.

Kui joonisel 12 näidatud juhul esineks hõõrdumine, siis tuleks ka hõõrdejõu tööd arvestada. See jõud on alati vastassuunaline nihkega $d\vec{s}$ (α=180 °, cos α= -1). Seepärast on hõõrdejõu töö alati negatiivne, mis tähendab kineetilise energia vähendamist. Keha ei saavuta allalibisemisel nii suurt kiirust $\vec{v}_2$, kui hõõrdumise puudumisel.

15. Vektorväli

Vaatleme näiteks vee voolamist jões (Joon. 13). Jõe muutliku laiuse või sügavuse tõttu on muutlik ka vedelikuosakeste kiirus jões. Selle iseloomustamiseks võime igasse vedeliku punkti joonistada vastava kiirusvektori. Saadud vektorite kogumit nimetatakse *vektorväljaks*. Üldiselt on see

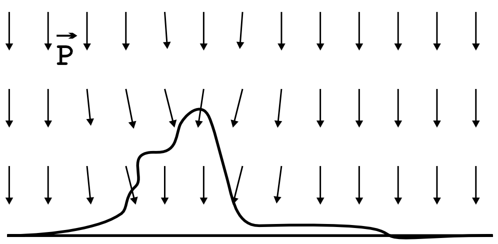
ruumi osa, mille igale punktile vastab kindel vektor.



Joon. 13

Toodud näites on välja vektoriks kiirus. Seepärast nimetatakse seda välja ka *vedeliku voolukiiruste väljaks*.

Välja vektoriks võib olla iga vektor. Joonisel 14 on selleks raskusjõud. Iga punkti jaoks võib joonistada vektori $\vec{P}$, mis on mingi massiga m keha raskus. Selles näites on väljavektor praktiliselt konstantne vektor. Ainult suure mäemassiivi juures on see mõningal määral kaldunud mäemassiivi poole, vertikaalsihiga võrreldes. Ka kõrguse olulisel muutmisel hakkab $\vec{P}$ vähenema kõrgusega. Võime rääkida *raskusjõu väljast*.



Joon. 14

Raskusjõud oleneb välja asetatud keha massist. Et välja vektor ei oleneks sellest ja iseloomustaks ainult Maa raskusvälja, jagame vektori massiga m. Siis saame *ühikmassile mõjuva raskusjõu*:

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m} . \qquad (26)$$

Tavaliselt nimetatakse seda *raskuskiirenduseks*. $\vec{g}$ ei olene valitud massist. Seepärast on see Maad ja selle lähedast ruumi iseloomustav suurus. $\vec{g}$ välja nimetatakse Maa *gravitatsiooniväljaks* ja vektorit ennast – gravitatsioonivälja *tugevuseks* antud punktis.

Veel võib vektorvälja näitena tuua elektrivälja, magnetvälja, tuumajõudude välja jne. Esialgu toodi välja mõiste füüsikasse formaalselt – kui vahend nähtuste graafiliseks kirjeldamiseks. Hiljem leiti, et paljudele väljadele vastab ka materiaalne objekt tegelikkuses. Seda hakati samuti nimetama väljaks. Nüüd teame, et kõigi kehade ümber on olemas gravitatsiooniväli, laetud kehade puhul ka elektriväli jne. Väli on teine mateeria eksisteerimise vorm, mida meie kaasajal tunneme. Esimesena õpiti tundma ainet.

***Füüsikaline väli on materiaalne objekt, mille kaudu aine osakesed mõjutavad üksteist*.**

Ühe keha mõju teisele ei saa toimuda ilma kehi ühendava materiaalse objektita. Ilma sellise ühenduseta esinevat mõju nimetatakse *kaugmõjuks*. Kaugmõju olemasolu ei ole seni eksperimentaalselt avastatud. Füüsikas arvestatakse ainult *lähimõjuga*, s.t. igasugune mõju kandub edasi ainult välja või aine kaudu.

16. Töö tsentraalse jõu väljas

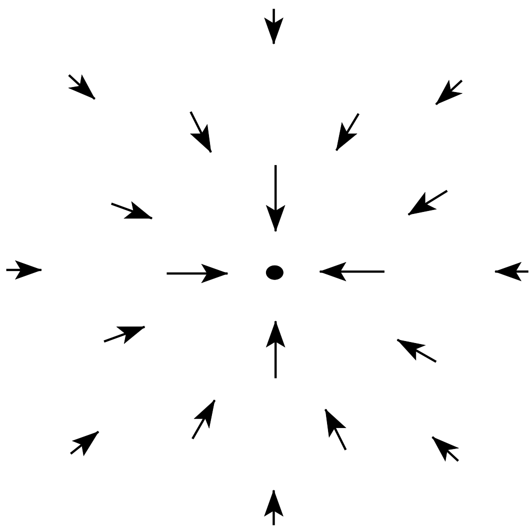
Vektori võib lahutada komponentideks või avaldada mitme vektori summana. Seepärast võib ka ühe vektorvälja lahutada mitmeks väljaks. Kõige lihtsam (lihtsaim liidetav) on *homogeenne väli.*

Homogeenseks nimetatakse välja, mille vektorid on igas ruumipunktis ühesuguse suuruse ja suunaga.

Teisiti öeldes, välja vektor on ruumis konstantne. Näitena võib tuua gravitatsiooni-välja tasase maapinna lähedal.

Küllalt lihtne on ka *tsentraalne väli.*

Tsentraalseks (kitsamas mõttes) nimetatakse välja, mille vektorite piken dused lõikuvad ühes nn. tsentraalses punktis (Joon. 15).



Joon. 15

Selline on näiteks elektriväli punktlaengu ümber, gravitatsiooniväli punktmassi (ainepunkti) ümber jne.

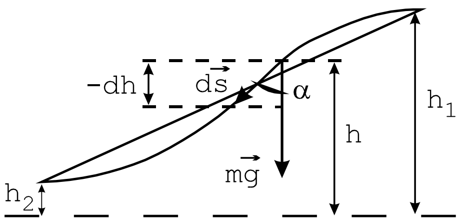
Mõistet kasutatakse ka üldisemas tähenduses. *Tsentraalne* on ka *väli*, mis koosneb joonisel 15 näidatud lihtsate väljade summast. Sellisel juhul on tsentraalne näiteks igasuguse keha gravitatsiooniväli, sest seda võib vaadelda koosnevana ainepunktide väljadest, kusjuures iga punkti oma on joonisel 15 näidatud omadustega. Ka homogeenne väli võib olla tsentraalne. Sellisel juhul asub tsenter lõpmata kaugel vaatluskohast.

Arvutame töö keha nihutamisel homogeenses raskusväljas. Keha liikugu mööda mingit kõverjoonelist teed, näiteks kõveral kaldpinnal hõõrdumisvabalt (Joon.

16). Arvutame raskusjõu töö keha nihkumisel kõrguselt h_1 kõrgusele h_2:

$$A = \int_s \vec{F} d\vec{s} = \int_s m\vec{g} d\vec{s} = \int_s mg ds \cos\alpha =$$

$$= -\int_s mg dh = -mg \int_s dh = -mgh \Big|_{h_1}^{h_2} = -mgh_2 + mgh_1 \ .$$



Joon. 16

Tulemus ei olene trajektoori kujust, vaid ainult selle alg- ja lõpp-punkti asendist. Töö võrdub mingi suuruse

$$W_p = mgh \qquad (27)$$

muuduga, võetuna "-" märgiga:

$$A = -\Delta W_p \ . \qquad (28)$$

W_p nimetatakse *potentsiaalseks energiaks*. See ei ole üheselt määratud suurus, sest kõrgust h võime mõõta mitmesuguselt, meelevaldse nivoo suhtes. Seevastu töö on ühene – kõrguste vahe ei olene h mõõtmise algnivoo valikust.

Sama töö, mille meie 14. punktis arvutasime kineetilise energia muudu kaudu, oleme siin avaldanud potentsiaalse energia muudu kaudu. Seega mõõdab töö mõlema muutu. Nii on alati, igasuguse energia muundumise puhul, kus tehakse tööd. Tööga mõõdetud määral läheb energiat üle ühest liigist teise.

Valem (27) kehtib ainult homogeenses väljas, (28) on kasutatav igasuguse tsentraalse jõuvälja puhul.

Potentsiaalse energia mõiste saab sisse tuua ainult tsentraalses väljas. Selle energia muutus, võetuna vastandmärgiga, annab tsentraalse jõu töö ainepunkti nihutamisel ühest kohast teise. Seejuures ei olene töö trajektoori kujust, vaid keha potentsiaalsete energiate vahest trajektoori algus- ja lõpp-punktis. *Mittetsentraalsete* jõudude väljas potentsiaalse energia mõistet kasutada ei saa. Näiteks hõõrdejõu puhul see mõjub alati liikumisele vastu, mistõttu töö oleneb ka trajektoori kujust ja ühele ruumipunktile ei saa omistada mingit potentsiaalse energia väärtust, mis arvestaks hõõrdejõu tööd üleminekul ühest punktist teise. Viimase asjaolu tõttu nimetatakse mittetsentraalseid jõuvälju ka *mittepotentsiaalseteks* ja tsentraalseid – *potentsiaalseteks*. Mõlemat sorti jõudude olemasolul võib mõnikord potentsiaalse energia mõistet ka kasutada, kuid see arvestab siis ainult välja tsentraalset osa.

17. Mehaanilise energia jäävuse seadus

Kasutades valemit (25) ja (28), mis kehtivad ühe ja sama liikumise juures, saame kirjutada

$$\Delta W_k + \Delta W_p = 0 \,. \tag{29}$$

Järelikult esineb vaadeldud liikumisel tsentraalsete jõudude väljas üks suurus

$$W = W_k + W_p \,,$$

mille muutus on 0:

$$\Delta W = 0 \,. \tag{29'}$$

Seda suurust nimetatakse keha *mehaaniliseks energiaks* ja valem (29) või (29') väljendab *mehaanilise energia jäävuse seadust*. Et seadus kehtib ainult tsentraalses väljas, siis nimetatakse tsentraalseid jõudusid ka *konservatiivseteks* (lad. sõnast conservatio – säilimine). Mittetsentraalsete jõudude olemasolul mehaaniline energia ei säili, vaid hajub. Seepärast nimetatakse selliseid jõudusid *dissipatiivseteks* (dissipatio – hajumine). Tekivad teised, mittemehaanilised energialiigid. Näiteks soojus. Samad nimetused on kasutusel ka vastavate väljade juures.

Potentsiaalset energiat ei saa omistada ainult ühele kehale. See tuleneb vastasmõjust teiste kehadega. Seepärast on ta alati kehade süsteemi energia. Võime küll rääkida ühe keha osade vastasmõju potentsiaalsest energiast, kuid siis oleme juba keha lahutanud mitmeks osaks ja tegemist on ikkagi kehade süsteemiga. Vastavaid kehade süsteeme nimetatakse samuti konservatiivseteks ja dissipatiivseteks. Need mõisted võimaldavadki sõnastada jäävusseaduse:

suletud konservatiivse süsteemi mehaaniline energia on jääv.

Kuid see energia võib üle minna ühest liigist teise: kineetilisest potentsiaalseks või vastupidi. Seejuures on energia muundumise mõõduks töö, mis mõõdab nii kineetilise kasvu kui ka potentsiaalse kahanemist. Sellisel juhul on väljajõudude töö positiivne. Kui aga kineetiline energia kahaneb ja potentsiaalne kasvab, siis on see töö negatiivne. Välja jõule vastu mõjuva jõu (Newtoni III seadus) puhul on kõik märgid vastupidised.

Dissipatiivses süsteemis kehtib ainult *üldine energia jäävuse seadus*, kus tuleb arvesse võtta kõiki energialiike.

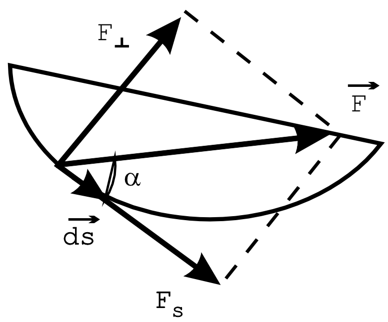
18. Potentsiaalse energia ja jõu vaheline seos

Potentsiaalse energia kaudu on võimalik arvutada kehale mõjuvat konservatiivset jõudu. Vastava seose leidmiseks arvutame tööd elementaarnihkel (Joon. 17). Seda teeme kahel viisil – jõu ja potentsiaalse energia muudu kaudu. Elementaarnihkel $d\vec{s}$ jõu suurus ja suund praktiliselt ei muutu. Saame kasutada valemit (23):

$$\delta A = F\, ds\, \cos\alpha = F_s ds\ .$$

Tööd teeb ainult nihkesuunaline jõu komponent F_s (Joon. 17). Teisest küljest võime sama tööd arvutada nihkel $d\vec{s}$ esineva keha potentsiaalse energia muudu dW_p kaudu [valem (28)]:

$$\delta A = -dW_p \, .$$



Joon. 17

Nii saame

$$F_s ds = -dW_p \, ;$$

$$F_s = -\frac{dW_p}{ds} \, .$$

Paremal pool võrdusmärki saime tuletise potentsiaalsest energiast, võetuna $d\vec{s}$ suunas. See on potentsiaalse energia muutus $d\vec{s}$-suunalisel pikkusühikul. Tulemus osutub suuruselt võrdseks ja märgilt vastupidiseks samasuunalise jõu komponendiga.

Kordame sama mõttekäiku 3 korda – kord x-telje, siis y-telje ja lõpuks z-telje suunas. Nii saame nende telgede suunalised jõu komponendid:

$$F_x = -\frac{\partial W_p}{\partial x} \quad ; \quad F_y = -\frac{\partial W_p}{\partial y} \quad ; \quad F_z = -\frac{\partial W_p}{\partial z} \, .$$

Tuletisi x-, y- ja z-koordinaatide järgi nimetatakse osatuletisteks. Nende võtmisel vaadeldakse teisi koordinaate konstantidena. Seepärast tähistatakse ka tuletise võtmist teisiti.

Kogu jõu jaoks saame

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k} \right) \, .$$

Matemaatiliste tehete kogumikku, mida sooritatakse viimase avaldise sulgudes, tähistatakse lühidalt *grad* ja nimetatakse *gradiendi leidmiseks*. Seega

$$\vec{F} = -grad \; W_p \, . \qquad (30)$$

Gradiendi leidmine on vektori leidmine. Seepärast ei ole sõnale grad vektori tähist tarvis kirjutada, s.t. ilma vektori märgita on võrduse parem pool vektoravaldis.

Seega, kui meil on teada mingis potentsiaalses väljas keha potentsiaalse energia olenevus ruumikoordinaatidest:

$$W_p = W_p(x,y,z) \ ,$$

siis võib jõu määrata sellest funktsioonist gradienti leides. Gradiendi leidmine sisaldab endas kolme osatuletise võtmist. Jõu kolm komponenti on nendega võrreldes vastandmärgilised.

19. Gradiendi füüsikaline tähendus

Võtame konkreetse näite. Vaatleme liikumist Maa raskusväljas (Joon. 18). Antud juhul potentsiaalne energia oleneb ainult y-koordinaadist:

$$W_p = W_p(x,y,z) = mgy \ .$$

Leiame osatuletised:

$$\frac{\partial W_p}{\partial x} = 0 \ ; \quad \frac{\partial W_p}{\partial y} = mg \ ; \quad \frac{\partial W_p}{\partial z} = 0 \ .$$

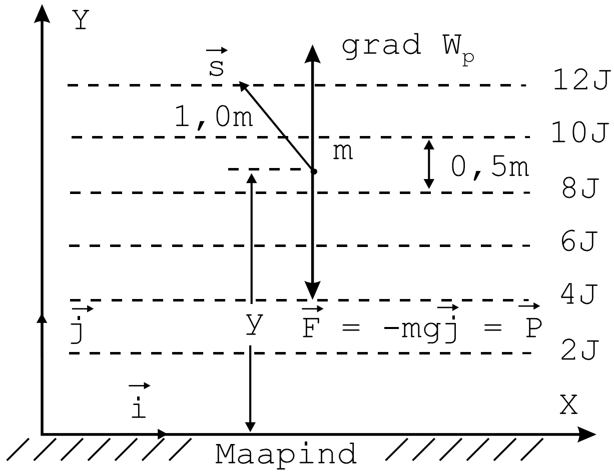
Järelikult,

$$grad\ W_p = 0 \cdot \vec{i} + mg \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} = mg\vec{j} \ .$$

Jõu jaoks saame

$$\vec{F} = -mg\vec{j} = \vec{P} \ .$$

Mõlemad vektorid on näidatud ka joonisel 18. Gradiendi vektor on suunatud ülespoole, on vektoriga $\vec{j}$ samasuunaline. Jõud – keha raskus – on aga suunatud allapoole, on vektoriga $\vec{j}$ võrreldes vastassuunaline ja mg suurune. Ilmselt keegi ei kahtle tulemuse õigsuses.



Joon. 18

Samal joonisel on näidatud ka potentsiaalse energia samaväärtusnivoosid. Nende suhtes näitab gradiendi suund potentsiaalse energia kõige kiirema kasvamise suunda. Energia kasvab ka näiteks suunas $\vec{s}$, kuid mitte nii kiiresti. Sõna "kiirus" tähendab siin nn. *ruumilise muutumise kiirust*. Tavaline kiirus on muutus ajaühikus, ruumilise muutumise kiirus aga muutus pikkusühikul. Joonisel toodud arvude järgi on potentsiaalse energia kasvu kiirus vertikaalses suunas

$$\frac{2J}{0{,}5m} = 4\ \frac{J}{m} = 4\ N\quad (= mg\quad \textit{üldjuhul}\ ) .$$

Suunas $\vec{s}$ aga saame väiksema kiiruse:

$$\frac{3J}{1m} = 3\ \frac{J}{m} < mg\ .$$

Mingist skalaarsest suurusest gradiendi leidmine annab suuna, milles see suurus kasvab kõige kiiremini. Seda näitab gradiendi kui vektori suund. Gradiendi suurus, selle arvuline väärtus näitab kasvukiiruse arvväärtust – skalaarse suuruse muutust pikkusühikul, mis on võetud samas kõige kiirema kasvu suunas. Seejuures gradiendi x-komponent annab kasvukiiruse x-telje sihis, y-komponent y-telje sihis ja z-komponent z-telje sihis ning nende vektorsumma – maksimaalse kasvukiiruse. Vastupidine vektor, toodud näites $\vec{P}$, näitab kõige kiirema kahanemise suunda W_p jaoks. Seega võib raskusjõud olla mõõdetud 1N asemel ka ühikutes 1 J/m.

Teise näitena võtame temperatuuri auditooriumis. Oletame, et meie teame selle sõltuvust ruumikoordinaatidest T(x,y,z). grad T leidmine annab siis meile x-, y- ja z-väärtustega määratud punktis, mille juures seda teeme, teada suuna, milles temperatuur kasvab kõige kiiremini, ja selle kasvukiiruse arvväärtuse kraadides meetri kohta.

20. Absoluutselt elastne tsentraalpõrge

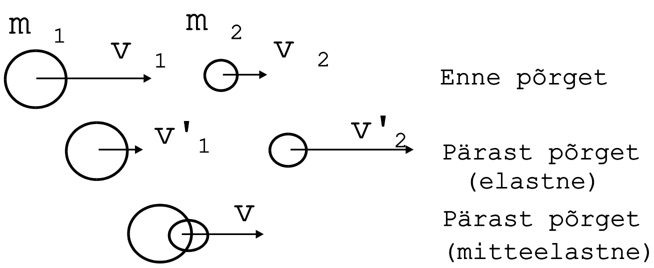
***Põrkeks nimetatakse keha liikumisoleku järsku muutust kokkupuutel teise kehaga*.**

Kui seejuures kehadel ei teki jääkdeformatsioone, nimetatakse põrget *absoluutselt elastseks*. Pärast põrget võtavad kehad tagasi oma esialgse kuju.

Põrke juures kasutatakse mõistet *põrkejoon*. See on

***kehade kokkupuutepunktist kokkupuutuvate pindadega risti tõmmatud sirge*.**

Kui kehade massikeskmed asuvad põrke ajal põrkejoonel, siis nimetatakse põrget *tsentraalseks*. Selline on kõige lihtsam põrge. Sest ei tule arvestada pöörleva liikumise tekkimisega. Kehad ei pöörle ka pärast põrget, kui nad ei pöörelnud enne seda. Kerakujuliste kehade põrge on alati tsentraalne.



Joon. 19

Põrked jaotatakse veel *otse- ja kald-põrgeteks*. Otsepõrkel asuvad kehade kiirused nii enne kui ka pärast põrget ühel ja samal sirgel, kaldpõrkel mitte. Kahe kera puhul võib nende kaldpõrke muuta otsepõrkeks taustsüsteemi vastava valikuga.

Vaatleme elastsete kerade otsepõrget (Joon. 19). Ülesanne seisneb $\vec{v}_1{}'$ ja $\vec{v}_2{}'$

määramises. Kiirused võtsime kõik ühemärgilised ja ühesuunalised. Sellisel juhul saame täiesti üldised valemid kiirustele pärast tsentraalset otsepõrget. Vastassuunaliste liikumiste puhul on kiiruste väärtused lihtsalt negatiivsed.

Rakendame mehaanilise energia ja impulsi jäävuse seadust:

$$\begin{cases} \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2} = \dfrac{m_1 (v_1')^2}{2} + \dfrac{m_2 (v_2')^2}{2} \ ; \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \end{cases}$$

ehk

$$\begin{cases} m_1 [v_1^2 - (v_1')^2] = m_2 [(v_2')^2 - v_2^2] \ ; \\ m_1 [v_1 - v_1'] = m_2 [v_2' - v_2] \ . \end{cases}$$

Jagades võrdused pooliti, saame

$$v_1 + v_1' = v_2' + v_2 \ .$$

Korrutame võrdust m_1-ga:

$$m_1 v_1 + m_1 v_1' = m_1 v_2' + m_1 v_2 \ .$$

Saadule liidame teise võrduse esialgsest süsteemist ($m_1 v_1'$-liikmed koonduvad):

$$2 m_1 v_1 + m_2 v_2 = v_2' (m_1 + m_2) + m_1 v_2 \ .$$

Siit

$$v_2' = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} . \qquad (31)$$

Analoogiliselt võime leida (või v_2' kiiruste seosvalemisse asetades), et

$$v_1' = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_2 + m_1} . \qquad (31')$$

Vaatleme kahte erijuhtu.

1) $m_1 = m_2$, siis saame $v_2' = v_1$ ja $v_1' = v_2$. Kuulikesed vahetavad kiirusi. Kui näiteks enne põrget seisis teine paigal ($v_2 = 0$), siis pärast põrget jääb paigale esimene ($v_1' = 0$). Teine jätkab liikumist esimese kiirusega. Seda võime ka katseliselt jälgida elevandiluust kuulikeste põrkumisel.

[Katse ülesriputatud elevandiluust kuulikestega.]

See katse on ilmekas näide liikumishulga ühelt kehalt teisele ülekandumise kohta.

2) $m_1 << m_2$; $v_2 = 0$. Kerge keha satub massiivsele paigalseisvale kehale. Selline juht esineb ka aatomifüüsikas, kui seal elektron põrkub aatomiga ja elektroni energiast ei piisa, et aatomit ergastada. Põrge on absoluutselt elastne ja teine keha esimesega võrreldes lõpmatult massiivne.

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 \approx 0 ;$$
$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 \approx -v_1 .$$

Kergem keha põrkub otse tagasi sama kiirusega, millega see suuremale langes.

Massiivne jääb praktiliselt paigale.

21. Mitteelastne tsentraalpõrge

Antud juhul olgu kuulikesed niivõrd plastilised, et nad jääksid pärast põrget kokku (Joon. 19). Siis on süsteem mittekonservatiivne ja mehaanilise energia jäävuse seadust rakendada ei saa. Osa sellest kulub kuulikeste jäävaks deformeerimiseks. Kuid seda pole tarviski, sest üheainsa lõppkiiruse määramiseks piisab impulsi jäävuse seadusest:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v \; ;$$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \; . \tag{32}$$

Vaatleme jälle erijuhtusid.

1) $m_1 = m_2$. Tulemuseks saame $v = (v_1 + v_2)/2$. Kui teine keha seisis paigal ($v_2 = 0$), siis pärast põrget jätkavad nad liikumist koos poole väiksema kiirusega sellest, mis oli esimesel enne põrget: $v = v_1/2$.

[Katse ülesriputatud seatinakuulikeste põrkumisega.]

2) "Naela löömine puusse": $v_2 = 0$. Tulemuseks saame

$$v = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \; .$$

Et nael saaks võimalikult suure kiiruse, peab kehtima võrratus $m_1 >> m_2$. Vasar peab olema naelast märksa suurema massiga.

3) "Metallitüki sepistamine alasil". Eeldus ja lõppkiiruse valem on identne eelmise juhu omaga. Kuid siin on tarvis, et sepistatav detail koos alasiga liiguks vähe. Väikese lõppkiiruse saamiseks peab $m_2 >> m_1$. Alas koos sepistatava detailiga peab olema vasarast märksa massiivsem.

Samale tulemusele jõuame, kui rakendame üldist energia jäävuse seadust. Kehade deformeerimiseks kulub mehaanilist energiat. See muundub kehade siseenergiaks – kehad soojenevad. Vastav soojushulk on arvutatav mehaanilise energia muutuse kaudu:

$$Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} =$$
$$= \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)}{2} \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} =$$
$$= \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} .$$

Lühidalt

$$Q = \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{2(m_1 + m_2)} . \qquad (33)$$

Vaadeldud 3) juhul ($v_2 = 0$) saame:

$$Q = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 v_1^2}{2} .$$

Vasara kineetilisest energiast $m_1 v_1^2 / 2$ läheb kehade deformeerimiseks osa

$m_2/(m_1 + m_2)$. Et see oleks võimalikult suur, peab olema $m_2 >> m_1$. Sellisel juhul $\approx 100\%$ löögi energiast kulutatakse kehade deformeerimiseks (muundub siseenergiaks).